



ce
pre
UNI

Trigonometría

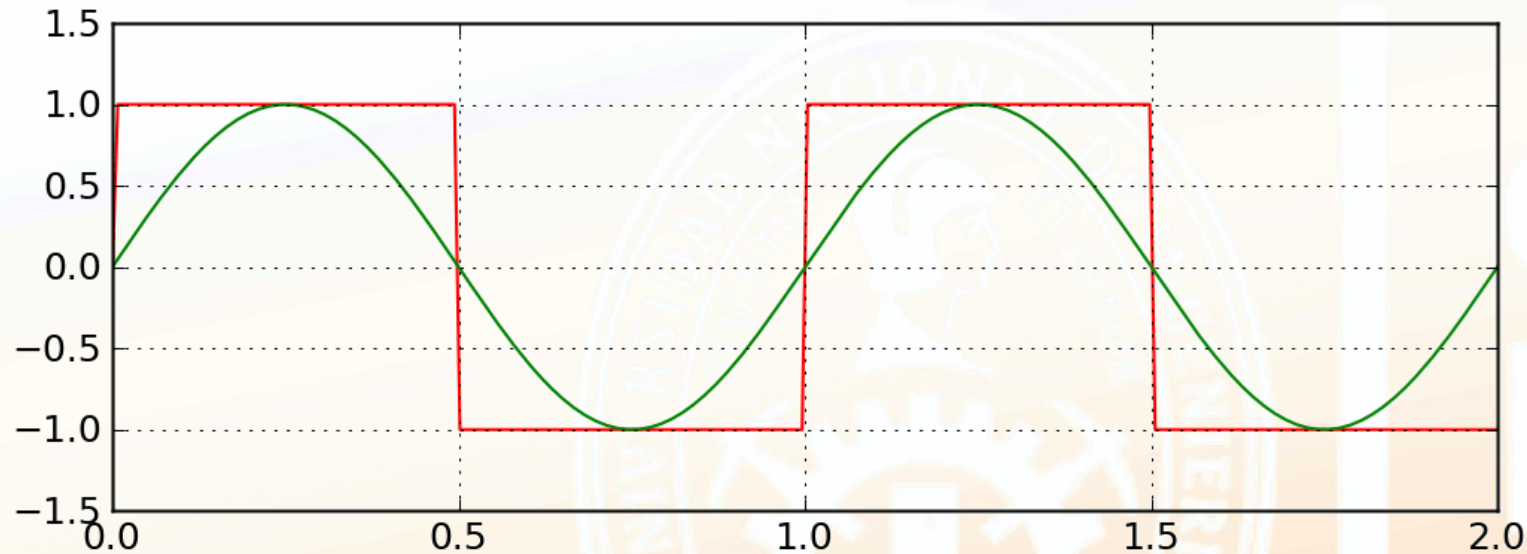
✓ **FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS REALES
DE VARIABLE REAL (PRIMERA PARTE)**

**CICLO
PRE 2024 - I**



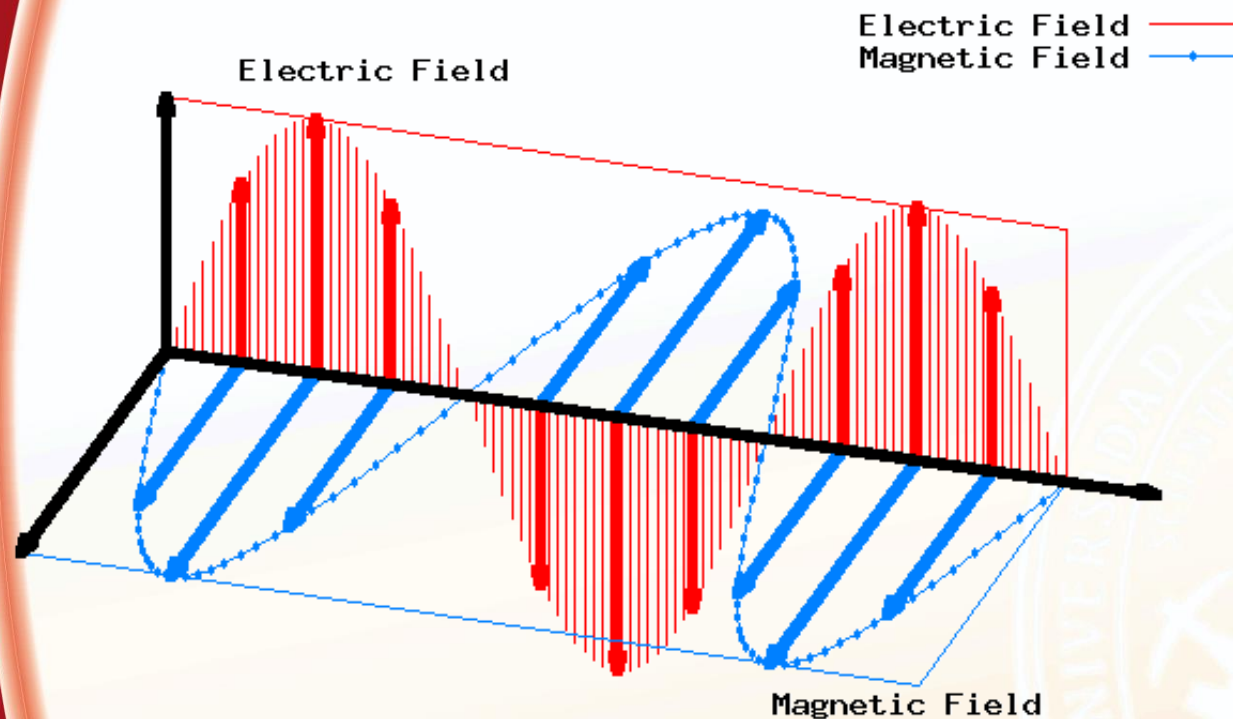
Aplicaciones en Ingeniería:

La serie de Fourier nos permite expresar a las funciones periódicas como una serie de senos de armónicos de una frecuencia fundamental con diferentes coeficientes



Aproximación de la onda cuadrada por serie de Fourier

Aplicaciones en Ingeniería:



Representación de una onda electromagnética

Las onda electromagnéticas se modelan empleando funciones senoidales y dichas OEM se emplean en la Electrónica, por ejemplo:

- Wi-Fi
- Bluetooth
- Telefonía celular
- Ondas de radio y TV
- Radares y enlaces satelitales
- Equipos biomédicos

NOCIONES PREVIAS SOBRE FUNCIONES



1

Dominio y rango

2

Gráfica de una función

3

Funciones monótonas

3.1

Función creciente

3.2

Función decreciente

4

Funciones simétricas

4.1

Función par

4.2

Función impar

5

Función periódica

6

Función continua

Dominio de una función

El dominio de una función f de A en B es el conjunto de todas las primeras componentes de los elementos (pares ordenados) de f , esto es

$$\text{Dom}(f) = \{x \in A: \exists! y \in B: (x, y) \in f\}$$

Ejemplos:

1. $f = \{(1; 1), (2; 5), (3; 3)\} \rightarrow \text{Dom}(f) = \{1, 2, 3\}$

2. $y = f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

3. $y = g(x) = \cos(\sqrt{x-1}) \rightarrow \text{Dom}(g) = [1; +\infty)$

4. $y = h(x) = \cos\left(\frac{1}{|x|-1}\right) \rightarrow \text{Dom}(h) = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

Nota:

Los dominios calculados anteriormente también se les conoce como dominio máximo.

Rango de una función

El rango de una función f es el conjunto de todas la segundas componentes de los elementos (pares ordenados) de f , esto es

$$\text{Ran}(f) = \{y \in B: \exists x \in A: (x, y) \in f\}$$

Ejemplos:

1. $H = \{(1; 4), (3; 5), (5; 3), (8; 2)\}$

$$\text{Dom}(H) = \{1; 3; 5; 8\} \rightarrow \text{Ran}(H) = \{2; 3; 4; 5\}$$

2. $f(x) = \text{sen}(x)$

$$\text{Dom}(f) = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right\} \rightarrow \text{Ran}(f) = \left\{\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right\}$$

3. $g(x) = \cos(x)$

$$\text{Dom}(g) = \mathbb{R} \rightarrow \text{Ran}(g) = [-1; 1]$$

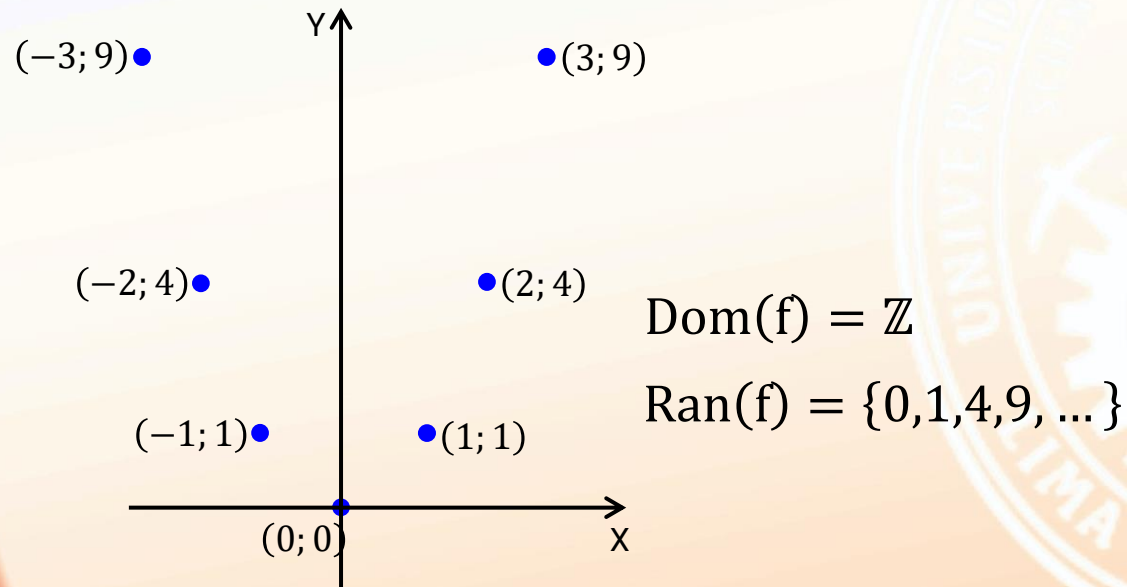
GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Sea una función $f: A \rightarrow B$, donde $A, B \subset \mathbb{R}$, la gráfica de f denotada por $Gr(f)$, es el conjunto de todos los puntos $(x; y)$ del plano cartesiano XY en los que $x \in A$ está como primer elemento y su imagen $y = f(x) \in B$ como segundo elemento, es decir

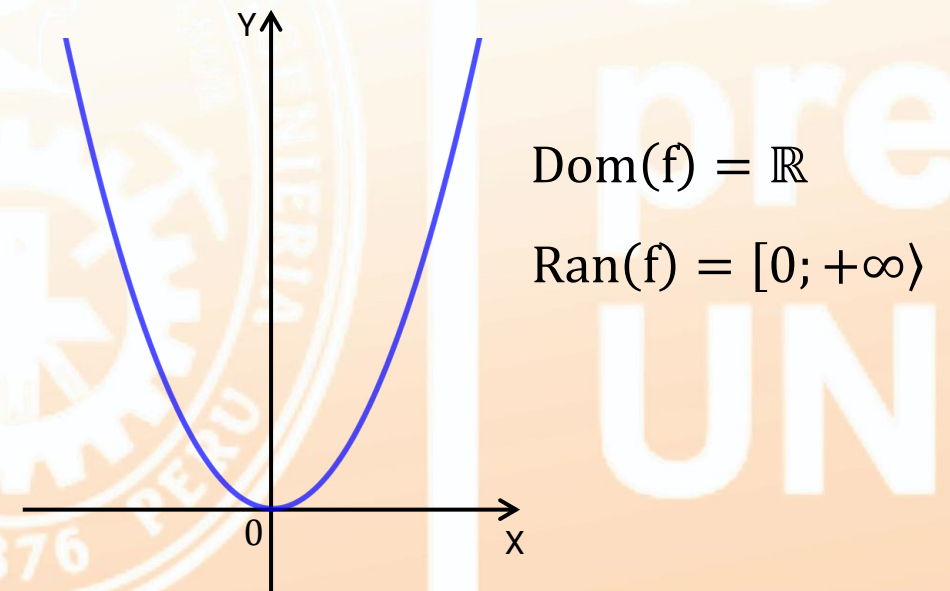
$$Gr(f) = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / (x; y) \in f\}$$

NOTA: También es correcto decir que: $Gr(f) = \{(x; f(x)) \in \mathbb{R}^2 / x \in A\}$

Ejemplo 01: $f(x) = x^2, x \in \mathbb{Z}$



Ejemplo 02: $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$



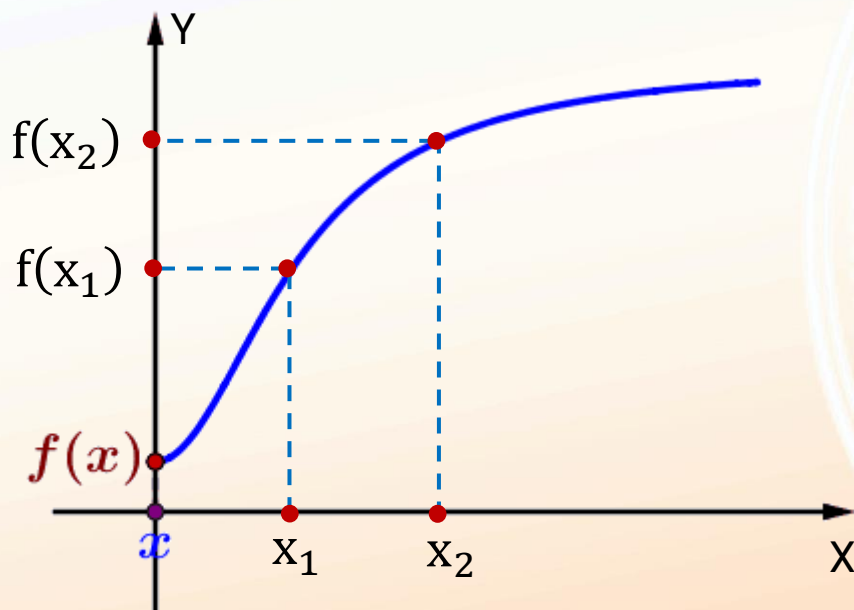
3. FUNCIONES MONÓTONAS

FUNCIÓN CRECIENTE

Dada una función $f: A \rightarrow B$ e $I \subset A$, decimos que f es creciente en I , si y solo si,

$$\forall x_1, x_2 \in I: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Gráficamente:

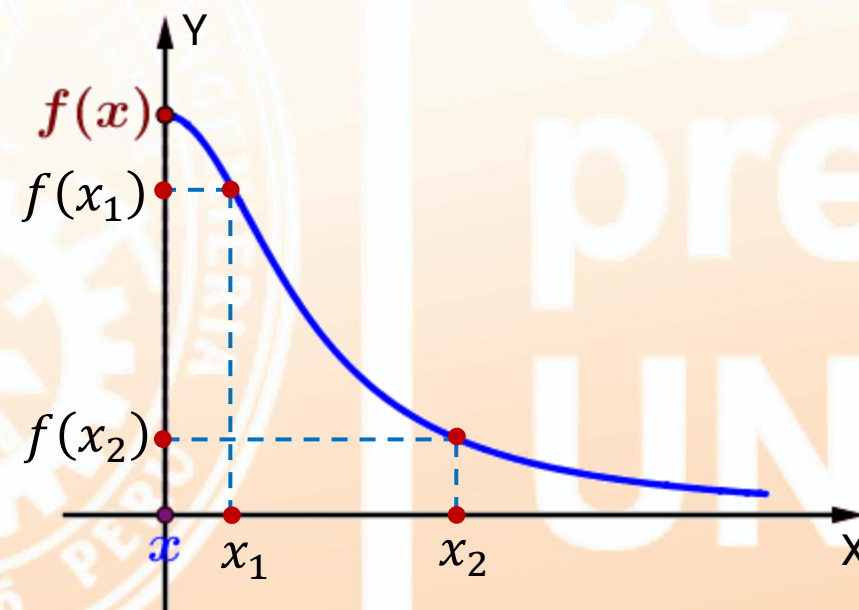


FUNCIÓN DECRECIENTE

Dada una función $f: A \rightarrow B$ e $I \subset A$, decimos que f es decreciente en I , si y solo si,

$$\forall x_1, x_2 \in I: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Gráficamente:



4. FUNCIONES SIMÉTRICAS

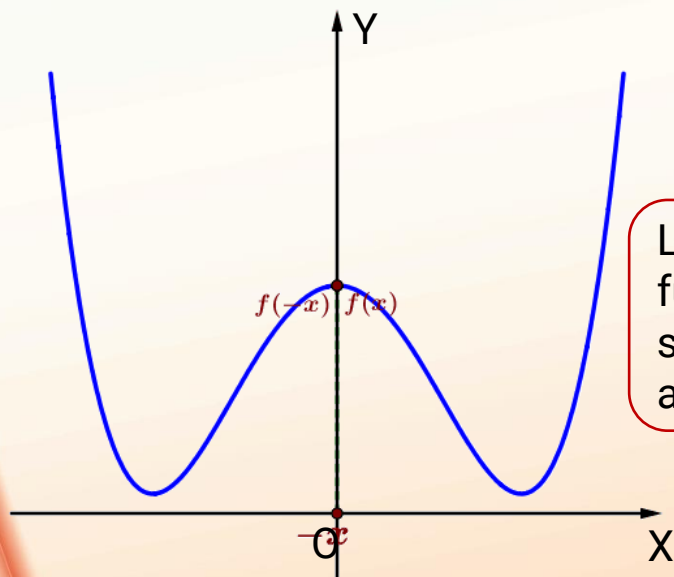
FUNCIÓN PAR

Dada una función $f: A \rightarrow B$, decimos que f es par en su dominio, si se cumple que:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}: x \in A \Rightarrow -x \in A$
- b) $\forall x \in A: f(-x) = f(x)$

Nota: $\text{Dom}(f) = A$ es un conjunto simétrico con respecto a cero.

Gráficamente:



La gráfica de una función PAR es simétrica respecto al eje de ordenadas.



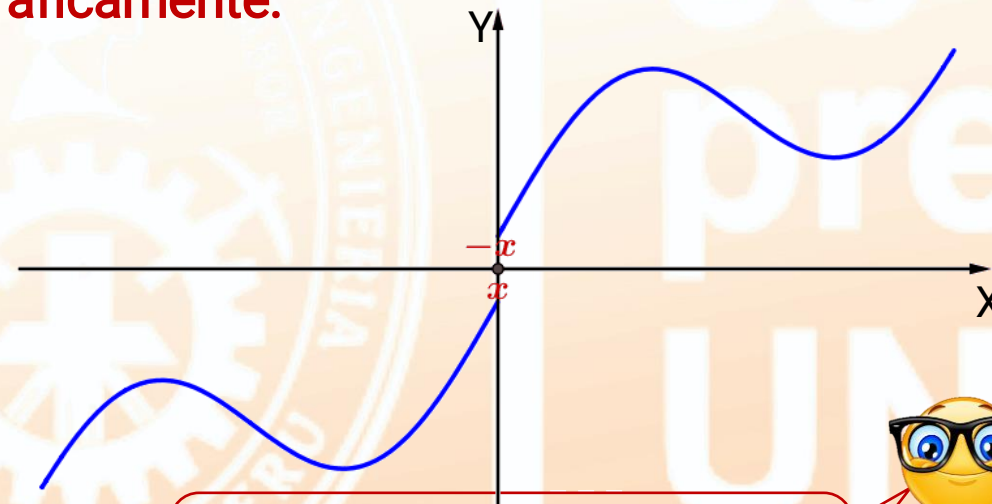
FUNCIÓN IMPAR

Dada una función $f: A \rightarrow B$, decimos que f es impar en su dominio, si se cumple que:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}: x \in A \Rightarrow -x \in A$
- b) $\forall x \in A: f(-x) = -f(x)$

Nota: $\text{Dom}(f) = A$ es un conjunto simétrico con respecto a cero.

Gráficamente:



La gráfica de una función IMPAR es simétrica respecto al origen de coordenadas.



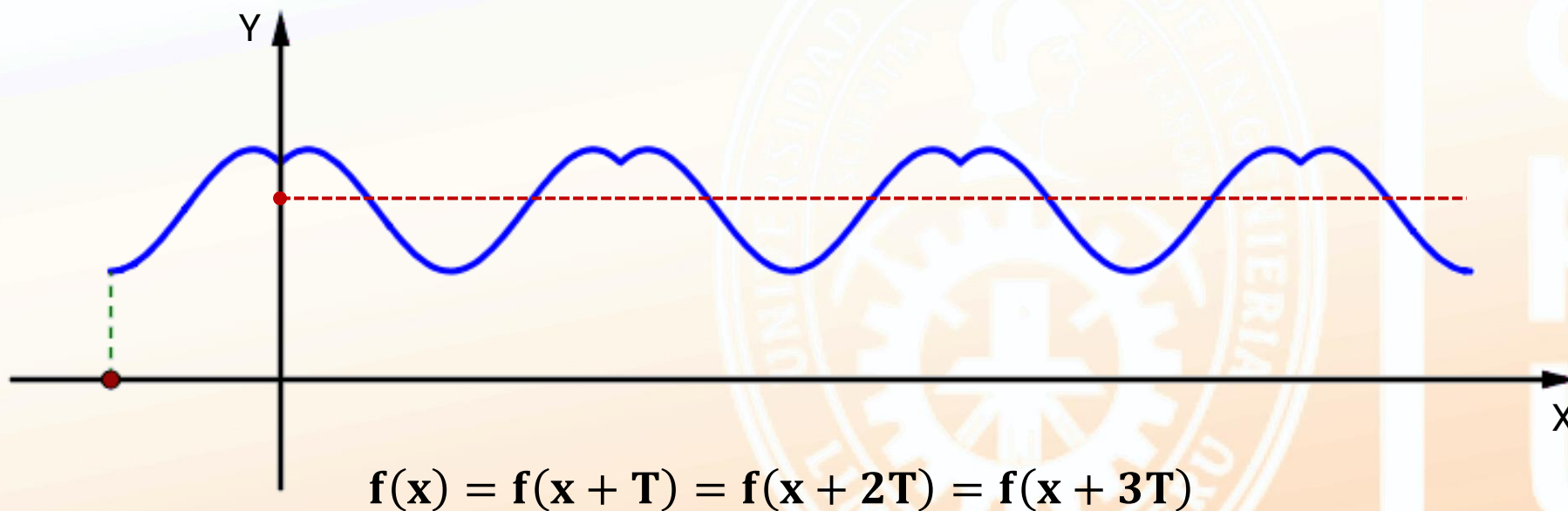
5. FUNCIÓN PERIÓDICA

Una función f es una función periódica, si existe un número $T > 0$ tal que:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}: \quad x \in \text{Dom}(f) \Rightarrow (x + T) \in \text{Dom}(f)$
- b) $\forall x \in \text{Dom}(f): \quad f(x + T) = f(x)$

Se denomina periodo mínimo o principal al menor $T > 0$ que cumple a) y b).

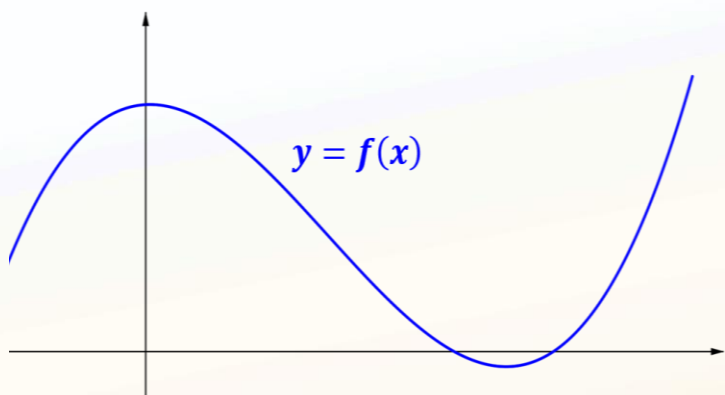
Gráficamente:



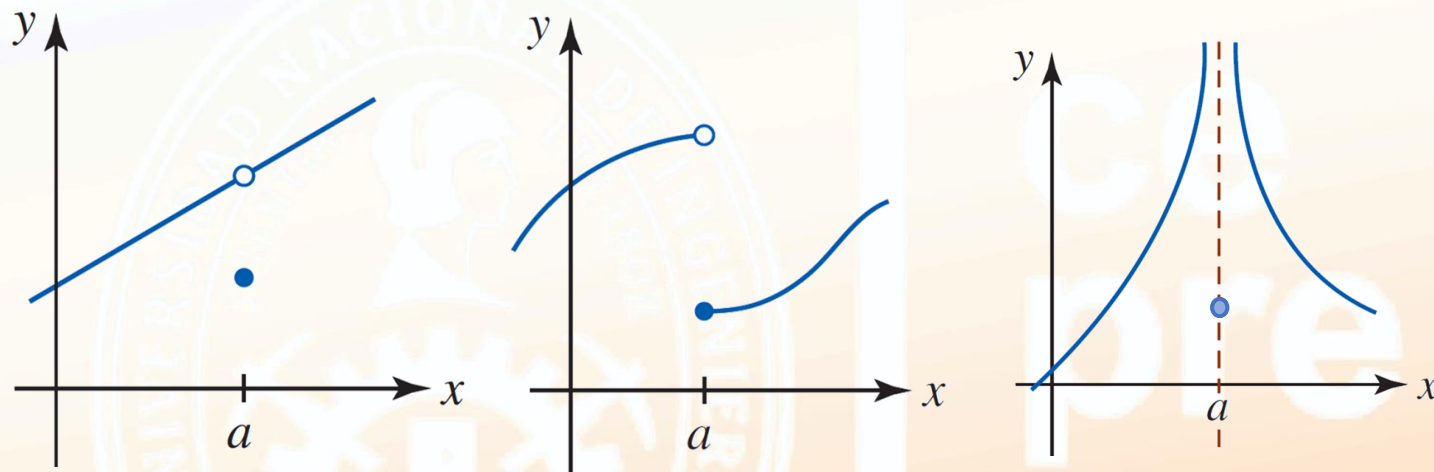
6. FUNCIÓN CONTINUA

Una función f es continua en su dominio, si su gráfica no presenta saltos, es decir podemos graficar una función continua sin "*levantar el lápiz del papel*". En caso contrario, decimos que la función f es discontinua.

Gráficamente:



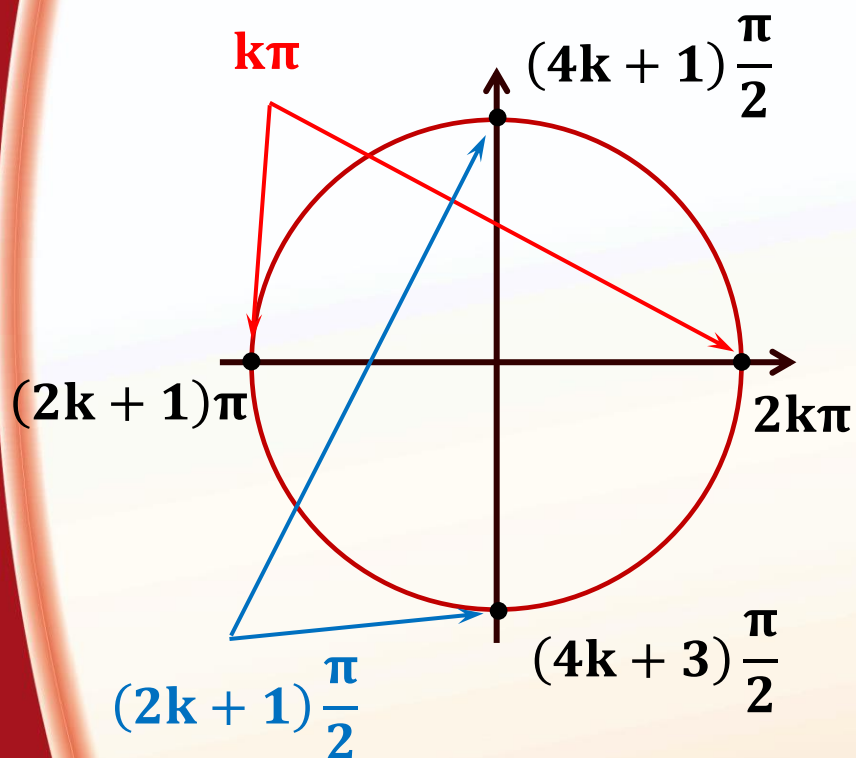
Función continua



Funciones discontinuas

Recuerde:

$$\forall k \in \mathbb{Z}$$



A partir de la C.T. tenemos:

- ✓ $\text{sen}(x) = 1 \Rightarrow x = (4k + 1)\frac{\pi}{2}$
- ✓ $\text{sen}(x) = -1 \Rightarrow x = (4k + 3)\frac{\pi}{2}$
- ✓ $\text{cos}(x) = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$
- ✓ $\text{cos}(x) = -1 \Rightarrow x = (2k + 1)\pi$
- ✓ $\text{sen}(x) = 0 \Rightarrow x = k\pi$
- ✓ $\text{cos}(x) = 0 \Rightarrow x = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$

También:

- ✓ $\text{sen}(x) = \pm 1 \Rightarrow x = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$
- ✓ $\text{cos}(x) = \pm 1 \Rightarrow x = k\pi$

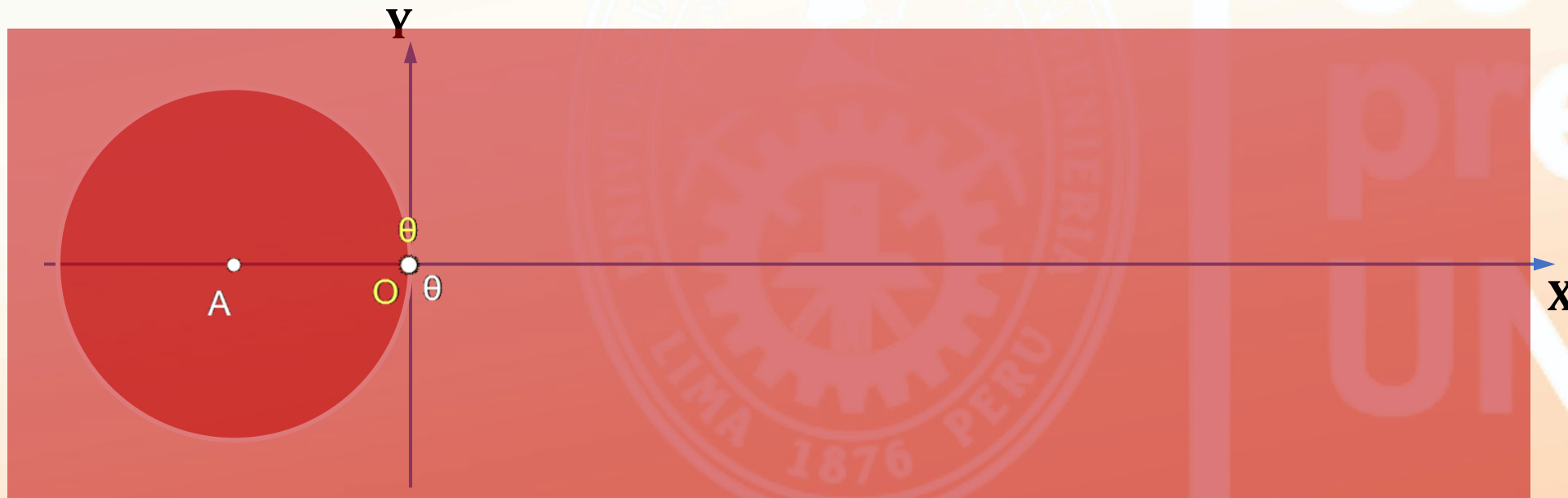
FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA

Definición

Las funciones trigonométricas son conjuntos no vacíos de pares ordenados $(x; y)$ tal que la primera componente es un valor angular expresado en radianes (número real) y la segunda componente es el valor obtenido mediante una dependencia funcional.

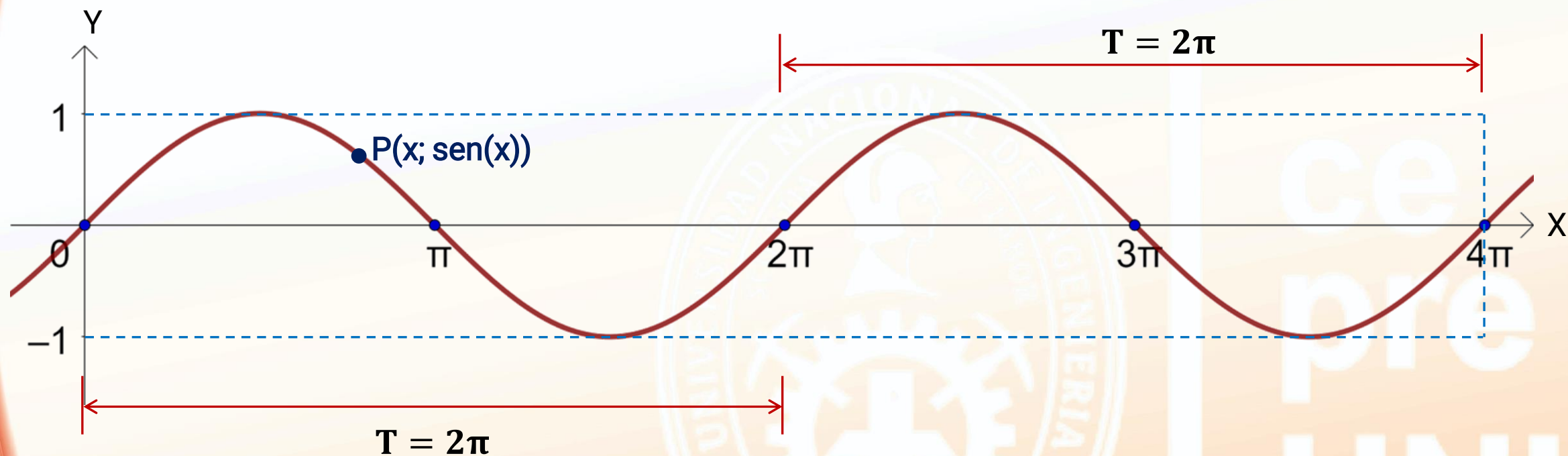
$$f = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 : y = f(x)\}$$

Nota: Para construir las gráficas de las funciones trigonométricas recordemos las líneas estudiadas en la C.T.



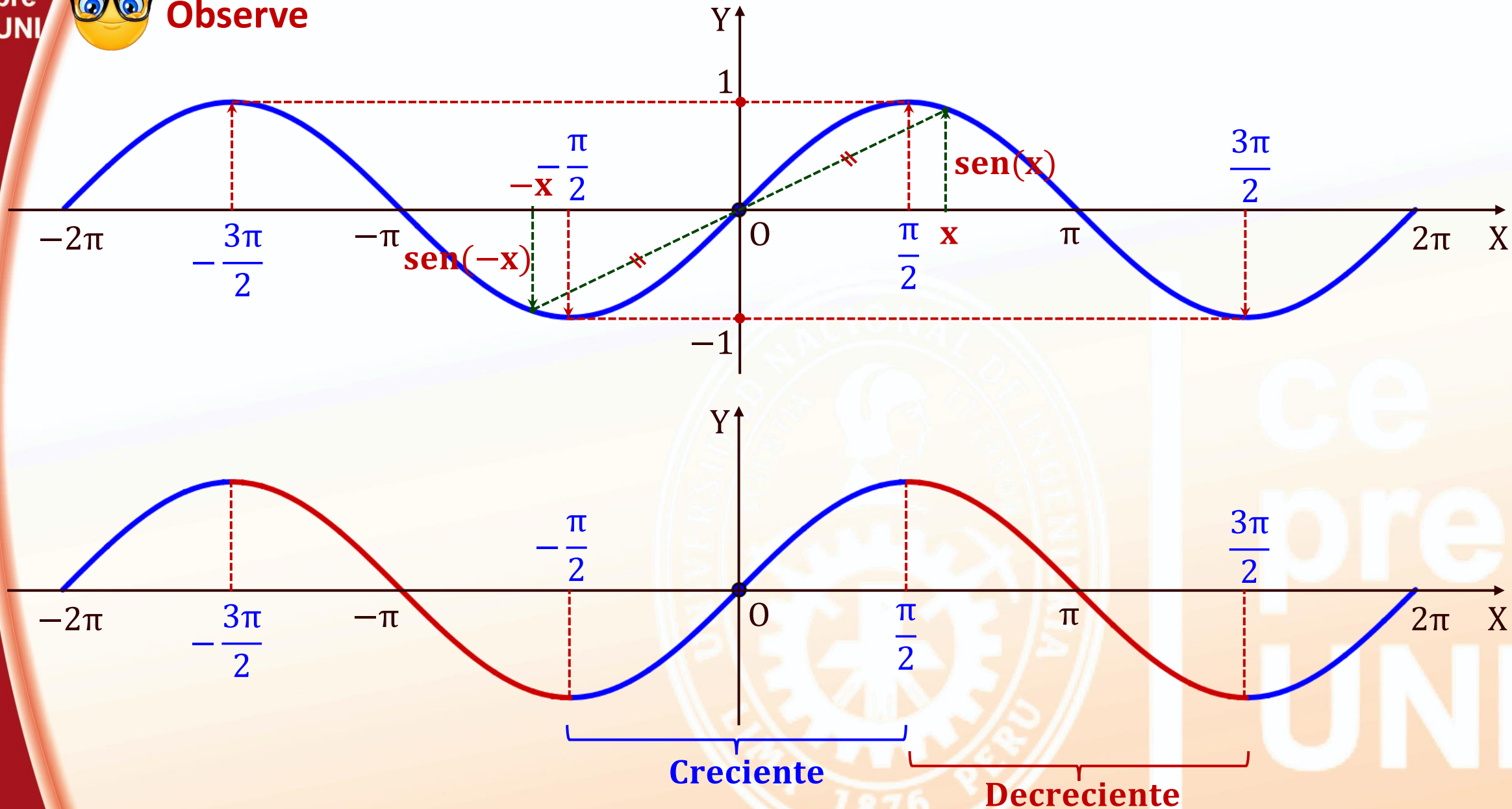
I. FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA SENO

$$f = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = \text{sen}(x) \wedge x \in \mathbb{R}\}$$



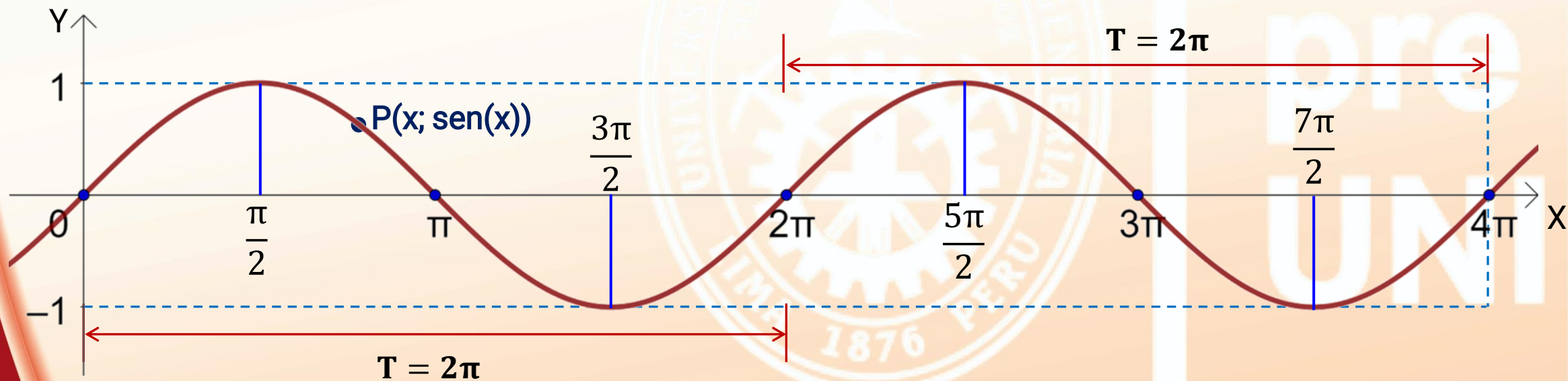


Observe



Análisis de la función seno:

- ✓ $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- ✓ $\text{Ran}(f) = [-1; 1] \Rightarrow -1 \leq \text{sen}(x) \leq 1$
- ✓ Es una función impar:
 $\text{sen}(-x) = -\text{sen}(x)$
- ✓ Su período principal es $T = 2\pi$
- ✓ Es continua en su dominio.
- ✓ La gráfica de la curva se le conoce con el nombre de senoide
- ✓ Es creciente
 $\forall x \in \left\langle 2k\pi - \frac{\pi}{2}; 2k\pi + \frac{\pi}{2} \right\rangle, k \in \mathbb{Z}$
- ✓ Es decreciente
 $\forall x \in \left\langle 2k\pi + \frac{\pi}{2}; 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \right\rangle, k \in \mathbb{Z}$
- ✓ Interceptos con el eje de abscisas:
 $(k\pi; 0), \quad k \in \mathbb{Z}$



PROBLEMA 01

Determine el dominio de la función f , definida por: $f(x) = \frac{\text{sen}(3x) - \text{sen}(x)}{\text{sen}(5x)}$; $\forall k \in \mathbb{Z}$

- A) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}$ B) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{4} \right\}$ C) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{5} \right\}$ D) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{6} \right\}$ E) $\mathbb{R} - \{k\pi\}$

CLAVE: C**PROBLEMA 02 (Problema 232 del material de estudio)**

Determine el dominio de la función f , definida por: $f(x) = \frac{\text{sen}(3x) + \text{sen}(x)}{\cos(x) - \cos(3x)}$; $\forall k \in \mathbb{Z}$

- A) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}$ B) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{4} \right\}$ C) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{8} \right\}$ D) $\mathbb{R} - \{k\pi\}$ E) $\mathbb{R} - \{2k\pi\}$

CLAVE: A

PROBLEMA 03 (UNI – 2008 – I)

Sea $f(x) = \sqrt{5\text{sen}(x) - 2\text{sen}^2(x) - 2}$.

Si $x \in [0; \pi]$, determine el dominio de esta función.

- A) $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ B) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$ C) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ D) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$ E) $\left[\frac{5\pi}{6}; \pi\right]$

CLAVE: C**PROBLEMA 04 (Problema 231 del material de estudio)**

Determine el rango de la función f , definida por: $f(x) = \text{sen}(x) + \sqrt{3}\cos(x) + 1$;

$x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$. A) $[1; 3]$ B) $[1; 2]$ C) $[2; 3]$ D) $[1; 4]$ E) $[2; 4]$

CLAVE: C

PROBLEMA 05 (Problema 230 del material de estudio)

Determine el rango de la función f , definida por: $f(x) = 4\text{sen}\left(\frac{\pi\text{sen}(x)}{6}\right) + 3$

- A) $[1; 3]$ B) $[2; 4]$ C) $[2; 6]$ D) $[2; 5]$ E) $[1; 5]$

CLAVE: E**PROBLEMA 06 (2do EXAMEN PARCIAL CEPRE UNI 2019-2)**

Determine el valor de $\text{sen}(\theta)$, que hace máximo a la expresión:

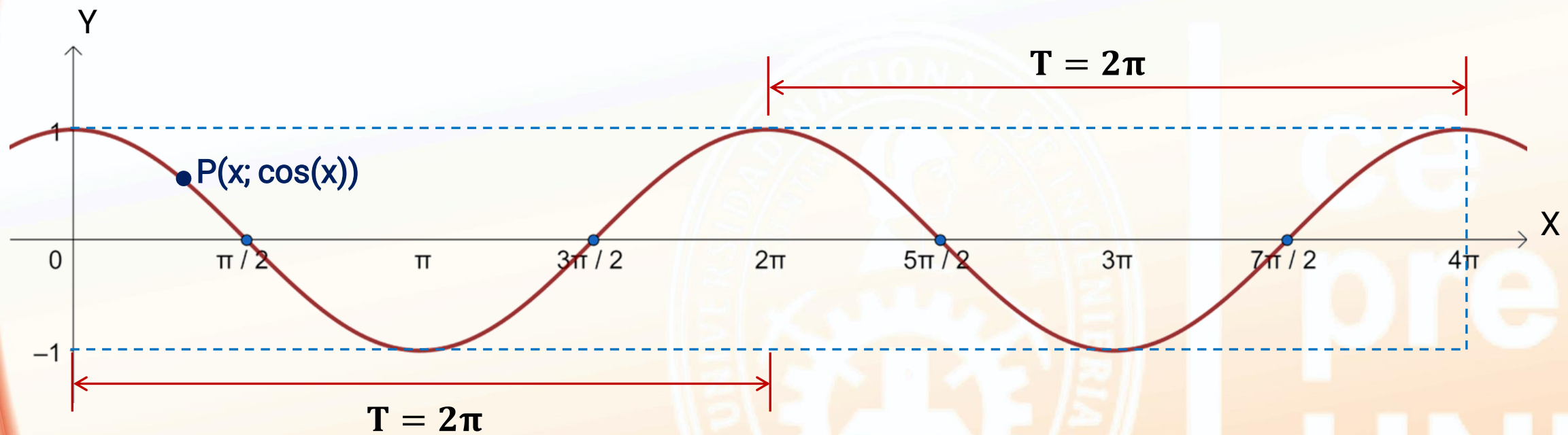
$$F(\theta) = -4\text{sen}^2(\theta) + 3\text{sen}(\theta) + 2$$

- A) $1/8$ B) $2/8$ C) $3/8$ D) $4/8$ E) $5/8$

CLAVE: C

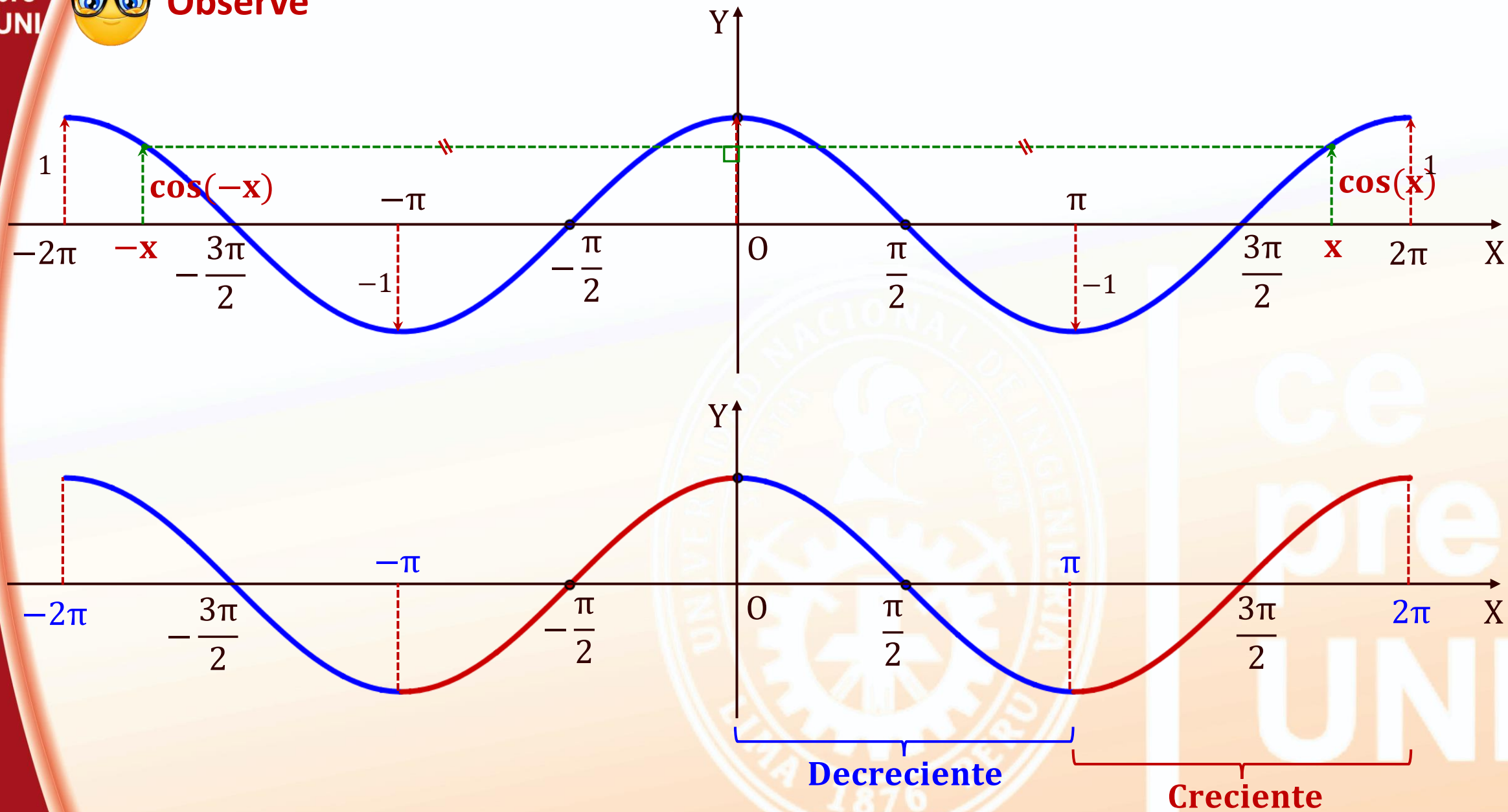
II. FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA COSENO

$$f = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = \cos(x); x \in \mathbb{R}\}$$



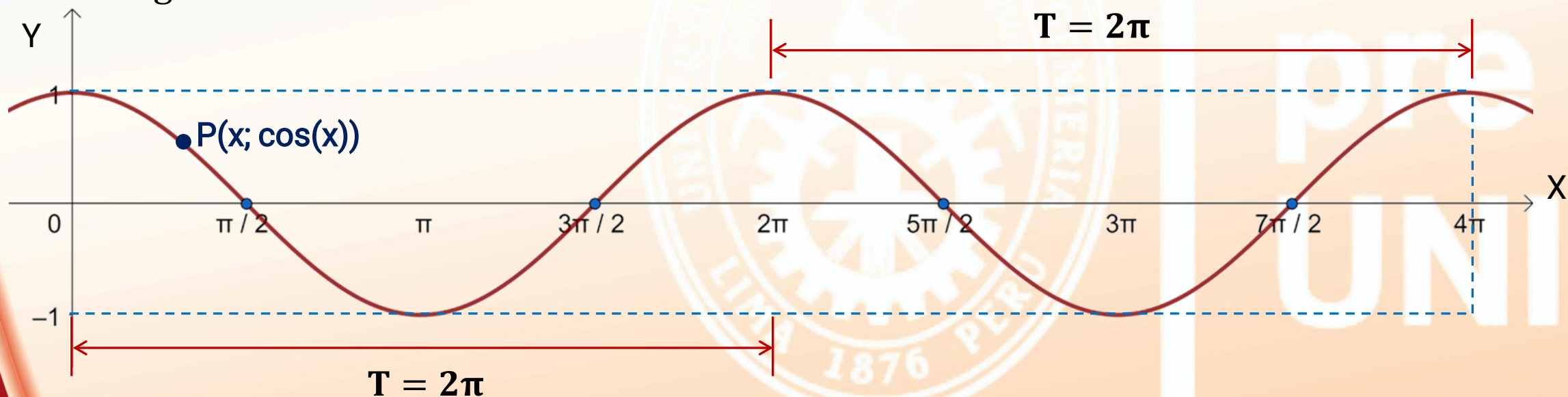


Observe



Análisis de la función coseno:

- ✓ $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- ✓ $\text{Ran}(f) = [-1; 1]$ es decir:
 $-1 \leq \cos(x) \leq 1$
- ✓ Es creciente
 $\forall x \in \langle 2k\pi + \pi; 2k\pi + 2\pi \rangle, k \in \mathbb{Z}$
- ✓ Es decreciente
 $\forall x \in \langle 2k\pi; 2k\pi + \pi \rangle, k \in \mathbb{Z}$
- ✓ La gráfica de la curva se le conoce con el nombre de cosenoide
- ✓ Es función par: $\cos(-x) = \cos(x)$
- ✓ Su período principal es $T = 2\pi$
- ✓ Es continua para todo su dominio.
- ✓ Interceptos con el eje de abscisas:
 $\left((2k + 1) \frac{\pi}{2}; 0 \right), k \in \mathbb{Z}$



PROBLEMA 07 (4ta PC CEPRE 2019-2)

Determine el dominio de la función f , definida por:

$$f(x) = \frac{\cos(5x)}{2 \sin(3x) \cos(x) - \sin(4x)} + \frac{\sin(5x)}{2 \cos(5x) \cos(3x) - \cos(8x)}; \forall k \in \mathbb{Z}$$

- A) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}$ B) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{4} \right\}$ C) $\mathbb{R} - \left\{ (2k+1) \frac{\pi}{4} \right\}$ D) $\mathbb{R} - \left\{ (2k+1) \frac{\pi}{2} \right\}$ E) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{8} \right\}$

CLAVE: B

PROBLEMA 08 (Problema 240 del material de estudio)

Determine el dominio de la función f , definida por: ($\forall k \in \mathbb{Z}$)

$$f(x) = \sqrt{3 \cos(x) + 2 \cos^2(x) - 2} \text{ en el intervalo } \langle 0; 2\pi \rangle.$$

- A) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{3}; 2\pi \right\rangle$ B) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{5\pi}{3}; 2\pi \right)$ C) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right]$ D) $\left[\frac{5\pi}{3}; 2\pi \right)$ E) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right]$

CLAVE: B

PROBLEMA 09

Determine el rango de la función f , definida por: $f(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{|x| + 3}\right) + 5$

A) $[5; 7]$

B) $[3; 7]$

C) $[6; 7)$

D) $\langle 5; 7]$

E) $\langle 3; 7]$

CLAVE: C**PROBLEMA 10 (Problema 238 del material de estudio)**

Se define a la función f , mediante la siguiente regla de correspondencia

$$f(x) = \frac{\cos^2(x) - 1}{|\cos(x)| + 1}, \text{ calcule el rango.}$$

A) $[-2; -1]$

D) $[-1; 1]$

B) $[-2; 2]$

E) $[-1; 2]$

C) $[-1; 0]$

CLAVE: C

PROBLEMA 11 (Problema 233 del material de estudio)

Dada la función f , definida por

$$f(x) = 2(1 + \sin(2x))(1 + \cos(2x)), x \in [-\pi/8; \pi/8],$$

si el rango de la función f es $[a; b]$, calcule el valor de $(a - 2)^2 + (b - 3)^2$.

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

E) 10

CLAVE: D

PROBLEMA 12 (UNI – 2007 – I)

Dada la función f , definida por

$$f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos^2(x) + 2 \cos(x) - 2$$

Determine el rango de f .

A) $[-3; 1]$

D) $[-2; 1]$

B) $[-2; 2]$

E) $[-3; 2]$

C) $[-3; 0]$
CLAVE: A

PROBLEMA 13

(Problema 234 material de estudio)

Determine el dominio de la función f , definida por: $(\forall n \in \mathbb{Z})$

$$f(x) = \sqrt{\sin(\pi x)} + \sqrt{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}, \forall n \in \mathbb{Z}$$

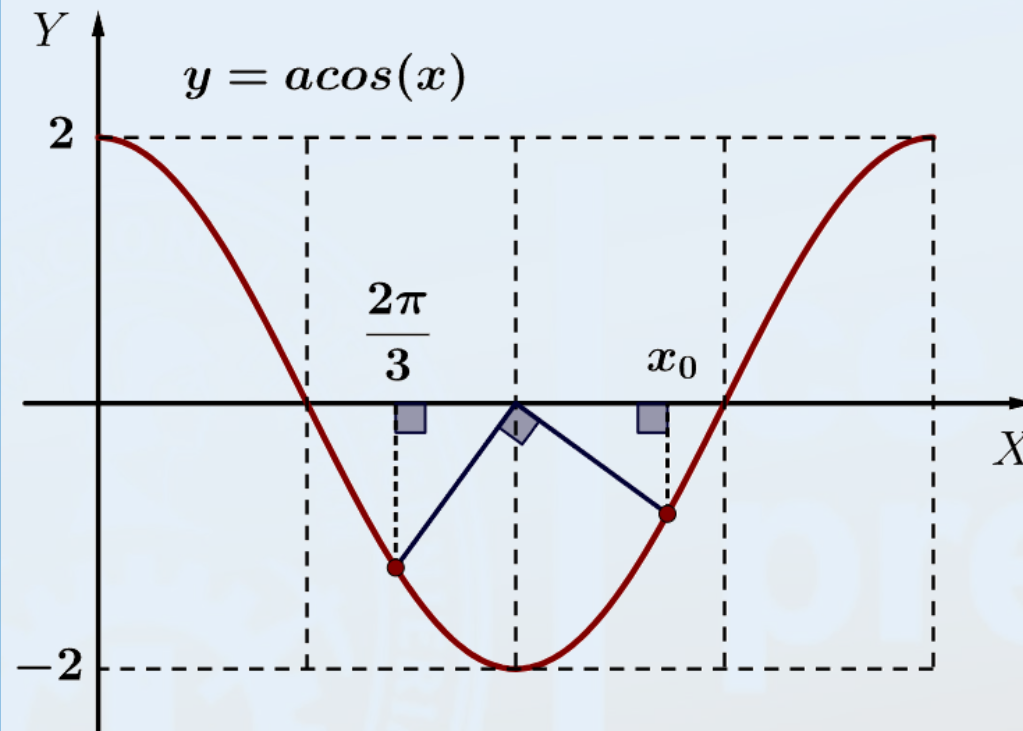
- A) $[2n; 2n + 1]$
- B) $[2n; 2n + 1)$
- C) $[4n; 4n + 1)$
- D) $[4n; 4n + 1] \cup \{4n + 2\}$
- E) $[4n; 4n + 1] \cup \{4n + 3\}$

CLAVE: E

PROBLEMA 14 (4ta PC CEPRE 2018-2)

Del gráfico mostrado, calcule

$$\pi x_0 + 6 \cos(x_0)$$



- A) $\frac{3\pi}{2}$
- B) $4\pi^2$
- C) 6π
- D) $\pi - 6$
- E) π^2

CLAVE: E

PROBLEMA 15 (4ta PC CEPRE 2018 – II)

Determine el rango de la función f , definida por

$$f(x) = |\sin(x)| + |\cos(x)|; \forall x \in \left\langle \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right\rangle$$

A) $\langle 1; \sqrt{2} \rangle$

D) $\left\langle \sqrt{2}/2; 1 \right\rangle$

B) $[1; \sqrt{2})$

E) $\{1\}$

C) $[1; \sqrt{2}]$

CLAVE: A

PROBLEMA 16 (4ta PC CEPRE 2018 – II)

Determine el rango de la función f , definida por

$$f(x) = 32|(\sin(x))^{12} + (\cos(x))^{12}|$$

A) $\mathbb{R}$

B) $\left[\frac{1}{32}; 1 \right]$

C) $\left[\frac{1}{6}; 1 \right]$

D) $[1; 16]$

E) $[1; 32]$

CLAVE: E

PROBLEMA 17 (4ta PC CEPRE 2019 – I)

Determine el rango de la función f , definida por

$$f(x) = \frac{1 + \operatorname{sen}(x)}{1 - \cos(x)}, \quad x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

A) $[-1; 4]$ D) $[1/2; 2]$

B) $[-1/2; 2]$ E) $[1; 2]$

C) $[0; 1]$

CLAVE: D**PROBLEMA 18 (Problema 243 del material de estudio)**

Determine el rango de la función f , definida por

$$f(x) = \frac{2 - \sqrt{7}\cos(x)}{\operatorname{sen}(x) - 2}$$

A) $[-3; 1/3]$ D) $[-2; 1/2]$

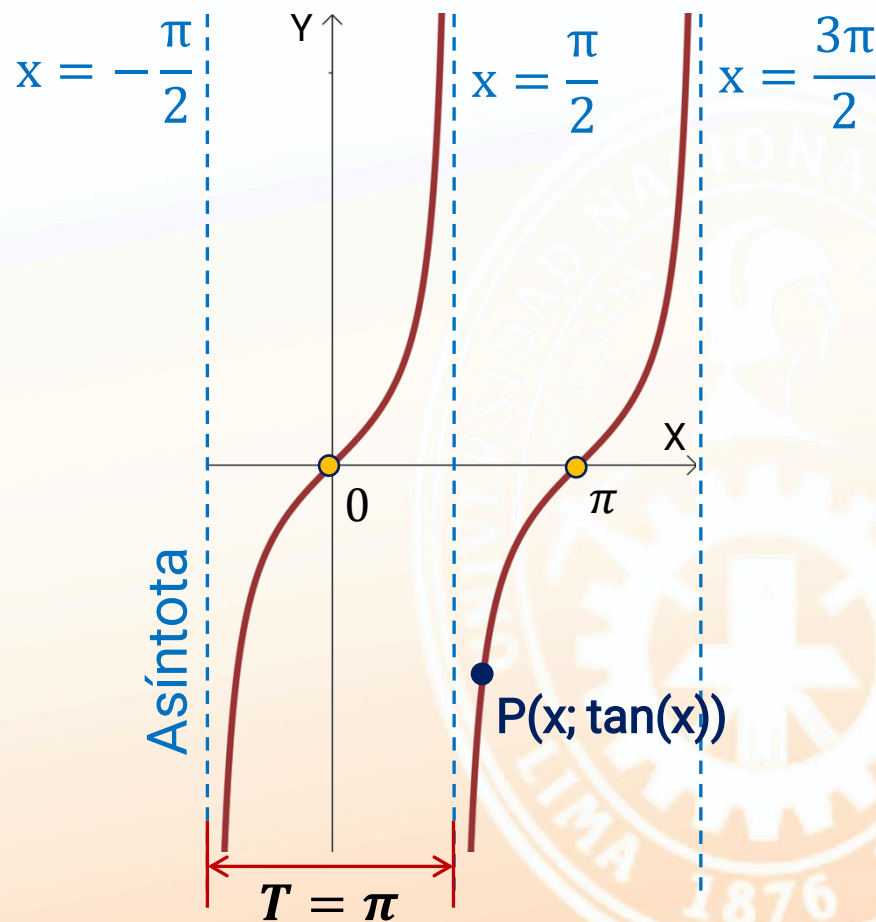
B) $[0; 1/2]$ E) $[0; 1/3]$

C) $[0; 3]$

CLAVE: A

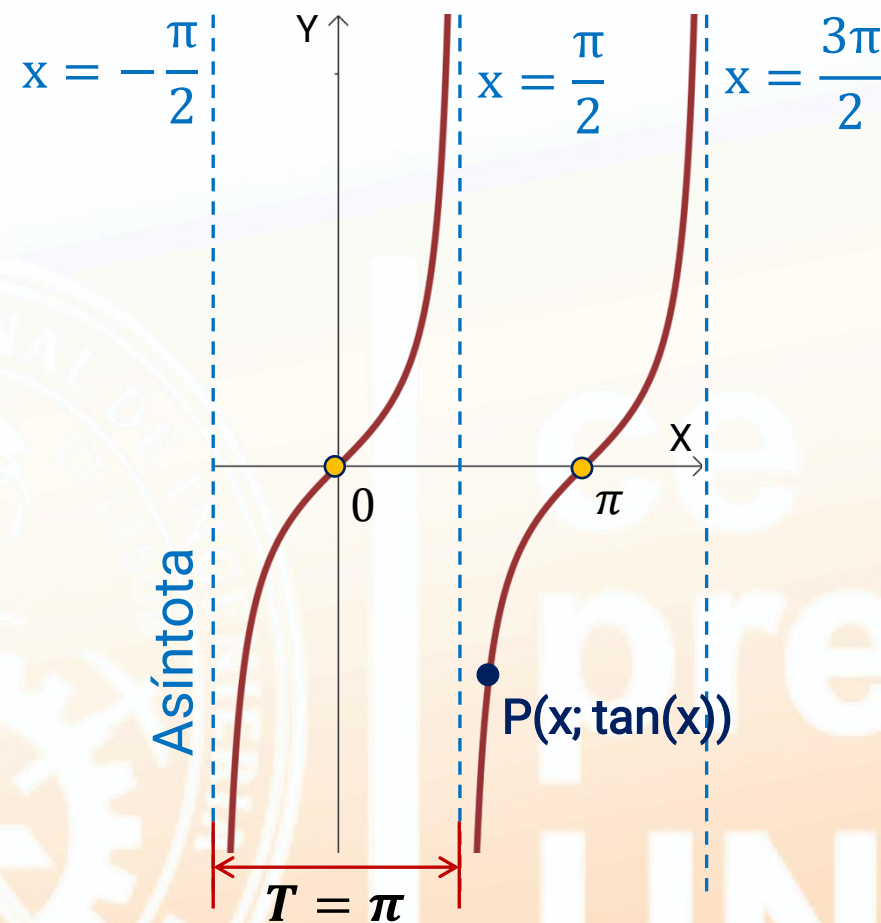
III. FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA TANGENTE

$$f = \left\{ (x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = \tan(x); x \neq (2k + 1) \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$$



Análisis de la función tangente:

- ✓ $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \left\{ (2k + 1) \frac{\pi}{2} / k \in \mathbb{Z} \right\}$
- ✓ $\text{Ran}(f) = \mathbb{R}$ es decir $-\infty < \tan(x) < \infty$
- ✓ Es función impar:
 $\forall x \in \text{Dom}(f): \tan(-x) = -\tan(x)$
- ✓ Es creciente:
 $\forall x \in \left((2k - 1) \frac{\pi}{2}; (2k + 1) \frac{\pi}{2} \right), k \in \mathbb{Z}$
- ✓ Su período principal es $T = \pi$
- ✓ Puntos de discontinuidad:
 $\left\{ (2k + 1) \frac{\pi}{2} / k \in \mathbb{Z} \right\}$
- ✓ Asíntota vertical:
 $x = (2k + 1) \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$
- ✓ La gráfica de la curva se le conoce con el nombre de tangentoide



PROBLEMA 19

(Problema 246 material de estudio)

Determine el dominio de la función f , definida por

$$f(x) = \frac{\sin^2(x) + \tan(x)}{(\tan^2(x) - 1) \sin(x)}, \forall k \in \mathbb{Z}$$

A) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}$

B) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{4} \right\}$

C) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{8} \right\}$

D) $\mathbb{R} - \left\{ (2k + 1) \frac{\pi}{2} \right\}$

E) $\mathbb{R} - \left\{ (2k + 1) \frac{\pi}{4} \right\}$

CLAVE: B

PROBLEMA 20 (4ta PC CEPRE 2019-1)

Determine el dominio de la función f , definida por

$$f(x) = \frac{\sin(x) + \sqrt{3} \cos(2x)}{\tan\left(4x + \frac{\pi}{6}\right)}, \forall k \in \mathbb{Z}$$

A) $\mathbb{R} - \left\{ (3k - 1) \frac{\pi}{12} \right\}$

D) $\mathbb{R} - \left\{ (3k + 1) \frac{\pi}{24} \right\}$

B) $\mathbb{R} - \left\{ (3k + 1) \frac{\pi}{12} \right\}$

E) $\mathbb{R} - \left\{ (6k - 1) \frac{\pi}{24} \right\}$

C) $\mathbb{R} - \left\{ (3k - 1) \frac{\pi}{24} \right\}$

CLAVE: B

PROBLEMA 21

(Problema 250 material de estudio)

Sea la función f , definida por

$$f(x) = \cos(x) - \tan(x), x \in \left\langle \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3} \right\rangle,$$

determine el rango de f .

A) $\left\langle \frac{1 - \sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{2} - 2}{2} \right\rangle$ D) $\langle -1 - \sqrt{3}; \sqrt{2} - 2 \rangle$

B) $\left\langle \frac{1 - 2\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{2} - 2}{2} \right\rangle$ E) $\left\langle \frac{1 - \sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{2} - 2}{3} \right\rangle$

C) $\left\langle -\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2} \right\rangle$

CLAVE: B

PROBLEMA 22

Determine el rango de la función f , definida por

$$f(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{4x^2 + 4}\right)$$

A) $[1 - \sqrt{2}; \sqrt{2}]$

B) $[-1; 1 + \sqrt{2}]$

C) $[1 - \sqrt{2}; \sqrt{2} - 1]$

D) $[\sqrt{2}; \sqrt{2} + 1]$

E) $[-1; \sqrt{2} - 1]$

CLAVE: C

PROBLEMA 23

Determine el dominio de la función f , definida por

$$f(x) = \log(\tan(\sin(x))), (k \in \mathbb{Z})$$

- A) $\langle 0; k\pi \rangle$ D) $\mathbb{R} - \left\{ (4k+1)\frac{\pi}{2} \right\}$
 B) $\langle 2k\pi; (2k+1)\pi \rangle$ E) $\mathbb{R} - \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \right\}$
 C) $\langle (2k+1)\pi; 2(k+1)\pi \rangle$

CLAVE: B

PROBLEMA 24

Determine el dominio de la función f , definida por:

$$f(x) = \sqrt{|\tan(x)| - \sin(x)}, (k \in \mathbb{Z})$$

- A) $[k\pi; (2k+1)\frac{\pi}{2}]$ D) $\mathbb{R} - \left\{ (4k+1)\frac{\pi}{2} \right\}$
 B) $\left\langle (2k+1)\frac{\pi}{2}; (k+1)\pi \right\rangle$ E) $\mathbb{R} - \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \right\}$
 C) $[2k\pi; (4k+1)\frac{\pi}{2}]$

CLAVE: E

PROBLEMA 25**(Problema 248 material de estudio)**

Sea la función f , definida por

$f(x) = (4 + \tan(x))(6 - \tan(x))$,
calcule el valor máximo de la
función f .

A) 21

B) 22

C) 23

D) 24

E) 25

CLAVE: E**PROBLEMA 26****(Problema 251 material de estudio)**

Sea la función f , definida como

$f(x) = 2\sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{3}\tan(2x)\right)}$, $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{8}\right)$
determine su rango.

A) $\langle -\sqrt{2}; \sqrt{2} \rangle$ D) $\langle \sqrt{2}; 3 \rangle$ B) $[-\sqrt{2}; 2\rangle$ E) $[-\sqrt{2}; 2]$ C) $\langle \sqrt{2}; 2]$ **CLAVE: C**